

Nom et prénom :

Algèbre Linéaire

Contrôle continu 7

19/04/2016

Questions de cours

Soient E et F deux espaces vectoriels réels de dimension finie et soit $f : E \rightarrow F$ une application linéaire.

- 1) Décrire les ensembles $\text{Ker}(f)$ et $\text{Im}(f)$. Définir le rang de f .
- 2) Énoncer le théorème du rang.
- 3) Supposons que $\dim E = \dim F$. Montrer que f est bijective si et seulement si f est injective.

Exercice (Toutes les réponses doivent être justifiées)

3) Considérons l'application linéaire

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R}^3 &\longrightarrow \mathbb{R}^2 \\ (x, y, z) &\longmapsto (x - y, 3x + y + z) \end{aligned} .$$

- Déterminer $\text{Ker}(f)$ et $\text{Im}(f)$. Déterminer $\text{rg}(f)$.
- Quelle est l'image réciproque du vecteur $(1, 1)$? C'est un espace vectoriel de \mathbb{R}^3 ?