Nom et prénom :

Algèbre Linéaire

Contrôle continu 6
13/04/2017

Questions de cours

Soient E et F deux espaces vectoriels réels de dimension finie avec bases respectivement $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ et $\mathcal{B}' = \{w_1, \dots, w_p\}$, et soit $f : E \to F$ une application linéaire.

a) Définir la matrice $M_{\mathcal{B}',\mathcal{B}}(f)$ associée à f dans les bases $\mathcal{B}$ et $\mathcal{B}'$.

b) Si $v = x_1v_1 + x_2v_2 + \cdots + x_nv_n$, que représente le produit

$$M_{\mathcal{B}',\mathcal{B}}(f) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \ ?$$

Exercice (Toutes les réponses doivent être justifiées)

Considérons l'application linéaire suivante

$$f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^3 & \longrightarrow & \mathbb{R}^3 \\ (x,y,z) & \longmapsto & (x-z,\ x, 2y+z) \end{array}.$$

Soit $\mathcal{B}$ la base canonique de $\mathbb{R}^3$ et $\mathcal{B}' = ((1,2,0),(0,-1,2),(1,1,1))$.

a) Écrire la matrice $M_{\mathcal{B}}(f)$ de f dans la base $\mathcal{B}$.

b) Montrer que $\mathcal{B}'$ est une base de $\mathbb{R}^3$.

c) Écrire la matrice de passage P de la base $\mathcal{B}'$ à la base $\mathcal{B}$.

d) Calculer P^{-1}.

e) En déduire la matrice $M_{\mathcal{B}'}(f)$ de f dans la base $\mathcal{B}'$.

f) Déterminer $M_{\mathcal{B}',\mathcal{B}}(f)$.