

**Géométrie et Arithmétique**

## DEVOIR MAISON 2 (30/09/2016)

**Exercice 1** Soient  $A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $B \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$  et  $C \begin{pmatrix} 1+\sqrt{3} \\ 4 \end{pmatrix}$  trois points du plan  $\mathbb{R}^2$ .

- Montrer que  $A$ ,  $B$  et  $C$  ne sont pas alignés.
- Déterminer la valeur de l'angle  $B\hat{A}C$  entre les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$ .
- Déterminer l'aire du triangle  $ABC$ .
- Déterminer les coordonnées du point  $D$  du plan tel que  $ABCD$  soit un parallélogramme.
- Montrer que le parallélogramme trouvé est un losange.
- Déterminer la valeur de l'angle  $B\hat{A}D$ .

**Exercice 2** Soit  $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}^2$  la droite qui passe par les points  $P \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  et  $Q \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

- Trouver une équation paramétrique de  $\mathcal{D}$ .
- Trouver une équation cartésienne de  $\mathcal{D}$ .

**Exercice 3** Soit  $\mathcal{L} \subseteq \mathbb{R}^2$  la droite donnée par l'équation cartésienne  $3x + 4y + 5 = 0$ . Trouver une équation paramétrique de la droite  $\mathcal{L}'$  orthogonale à  $\mathcal{L}$  et passant par  $P \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ . Déterminer le point d'intersection des deux droites.

**Exercice 4** Trouver les points d'intersection des droites d'équations cartésiennes  $2x + 5y + 1 = 0$  et  $x - 2y - 4 = 0$ .

**Exercice 5** Trouver les points d'intersection des droites  $\mathcal{D} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}, s \in \mathbb{R} \right\}$  et  $\mathcal{D}' = \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R} \right\}$  dans le plan.

**Exercice 6** Calculer la distance entre  $A \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$  et la droite d'équation cartésienne  $x + 6y + 3 = 0$  dans le plan  $\mathbb{R}^2$ .

**Exercice 7** Soit  $\mathcal{D}$  la droite du plan d'équation paramétrique  $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$ . Déterminer les équations cartésiennes des deux droites parallèles à  $\mathcal{D}$  qui se trouvent à distance 2 de  $\mathcal{D}$ .