

**Géométrie et Arithmétique**  
DEVOIR MAISON 4 (18/10/2015)

**Exercice 1** Calculer les modules des nombres complexes suivants :

- $1 + i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5$ ;
- $(1 + i)^2$ ;
- $(1 + i)(1 - i)$ .

**Exercice 2** Mettre sous forme algébrique ( $a + ib$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$ ) les nombres complexes suivants :

- $\frac{2 + i}{2 - 3i}$ ;
- $\left(\frac{i}{i + 1}\right)^2$ ;
- $\frac{5i + 6}{3 - 4i} + \frac{i}{3 + 4i}$ .

**Exercice 3** Mettre sous forme trigonométrique ( $\rho(\cos \theta + i \sin \theta)$ ,  $\rho, \theta \in \mathbb{R}$ ) les nombres complexes suivants :

- $3 + 3i$ ;
- $-\frac{4}{3}i$ ;
- $\sqrt{3}$ ;
- $\frac{4i}{\sqrt{3} + 1}$ ;
- $(2i + 1)\pi i$ .

**Exercice 4** Montrer que  $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$  et  $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$ ,  $\forall z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ .

**Exercice 5** Soient  $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ . Montrer que  $z_1 + z_2 \in \mathbb{R}$  et  $z_1 - z_2 \in i\mathbb{R}$  si et seulement si  $z_1$  et  $z_2$  sont conjugués.